

高等学校 数学教育 教材研究 —授業実践事例—

授業・解説：
中田 庸男 (なかだ・つねお)
元筑波大学附属高等学校教諭

DVD No.K02-S

全4枚 33,600円/各枚 8,400円(税込・送料別)



教材の編成と展開の考察

数学教育において大変重要なことは、「教材の編成およびその展開の考察」ではないかと思えます。

そのことを考えるとき、「その教材の目的・目標を明確に把握する」ことが重要であり、かつ、その教材の展開においては「大きな流れを明確にすると同時に、個々の概念の導入においては、その意味を十分に納得してもらえよう、工夫・検討をする必要がある」と考えます。

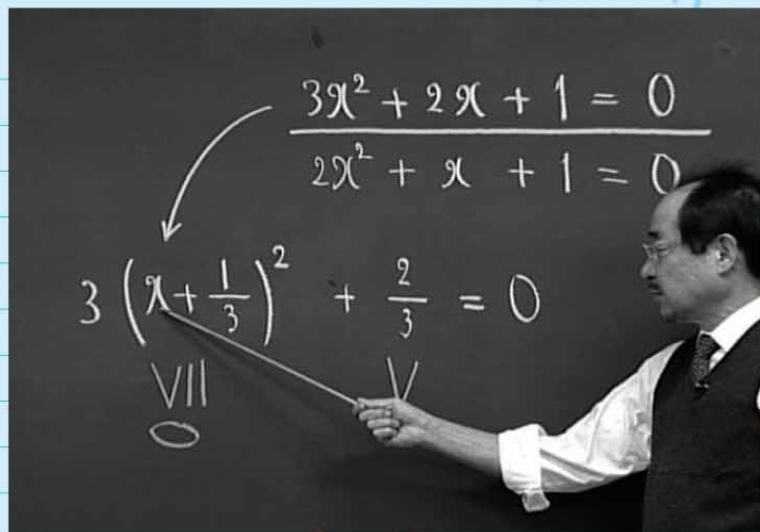
しかも、それらの議論が完了したとき、「そのことによって、どのような問題がどのような方法で解決できるようになったのか、そのことを明確に示す」ことは、その教材の指導をしめくくる上で大変大切なことであろうと思えます。このような観点に立ったとき、どのような指導となるのか、具体的な場面を設定し紹介します。

また使用している教材はPDFファイルにてDVDに添付されていますので合わせてご活用ください。

(PDF形式のファイルをご覧いただくには、アドビ システムズ社から無償提供されているAdobe® Reader™が必要です。)

使用教材も

PDFファイルにて添付!



教材の目的・目標、展開の流れを 明確にした指導



お申し込み・お問い合わせはお気軽に!

お申し込み方法

- 送料は何巻でも525円となっております。ご希望のDVDNo.を指定し、電話かハガキ、もしくは、FAXにてお申し込みください。
- 表示価格は消費税込みの価格です。
- ホームページからのお申し込みもできます。

[記入例]

DVD No.
お名前
ご住所/TEL
お勤め先/TEL

お支払い方法

- 到着日指定の「代金引き換え」の宅急便でお送りしております。
- 学校公費及び教育機関、また個人研究費などでご購入の場合、必要書類は、担当者までお申し付けください。
- 半年後の一括支払い(金利無し)及び、月々3,000円からの分割支払いも可。(個人購入のみ、クレジット扱い)
- カード(JCB、VISA、MASTER、DC、UC、UFJ、NICOS、ダイナース、クレディセゾン、アメリカンエキスプレス、イオンクレジット)もお取り扱いできます。

JLJ ジャパンライム株式会社

03(5789)2061(代)

〒141-0022 東京都品川区東五反田1-19-7

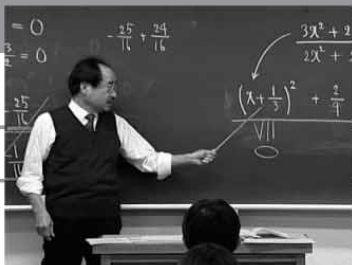
FAX. 03(5789)2064

<http://www.japanlaim.co.jp>

K02-1

方程式

(69分)



■授業1 <2次方程式> 虚数単位*i*の導入

方程式の指導は、数学I、数学IIと分かれています。それらは一貫した一つの流れとなるように指導を展開したいと考えます。前半の指導でのポイントは、虚数単位*i*の導入です。ここでは、論理的には問題がありますけれども、数の拡張を意識した1つの方法を提示します。

- 解ける方程式と解けない方程式の具体例確認
- 解けない原因の確認
- 常に解けるようにするための考察

■授業2 <2次方程式> 解の公式の指導

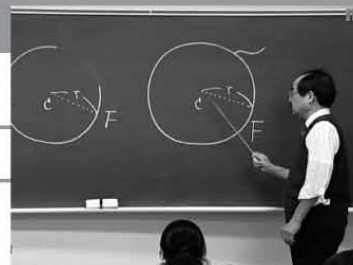
数学IIでの解の公式の指導ですが、結果的には、数学Iのとき導いた解の公式と同じものが得られます。しかし、同じ形の公式が得られる背景には、虚数単位*i*を導入し、実数を含む新しい数の体系として複素数を獲得し、その四則、性質などを議論したことが利用されているわけです。そこで、これらの議論が、変形の中で、どのように生かされているのかを再確認しそれらのことが明確に捉えられるような指導を提示します。

- 実数係数の2次方程式が常に解けることの確認 (解の公式をつくる作業)

K02-2

図形と式

(82分)



■授業1 <軌跡と方程式・不等式>

曲線・領域の代数学の対象との対応の方法

「図形と式」の目的・目標は幾何学と代数学とを結びつけ、幾何学の対象である図形を数式で表すことによって幾何学の問題を代数的に処理する——形式的計算で処理する——ことができ、また、代数学の対象である数式を図形で表すことによって、代数学の問題を図形の直感的な把握を利用して処理する——視覚的に処理する——ことができるようにすることです。するとここで重要なことは、図形と数式とをどのような方法で結びつけるかということですが、この方法の指導を提示します。

- 軌跡の概念の確認
- 図形と代数学の対象との対応の方法の確認
- ① 図形Fが存在する平面に座標を導入する
- ② 定点の座標を確認・確定する
- ③ 点Pの座標を(x, y)とおき、図形Fがどのような関係式 f(x, y) を満たす点P(x, y)の軌跡かを考える
- 具体例として「中心C, 半径rの円F」の式を求める

■授業2 <幾何への応用>

2つの曲線の交点を通る曲線群の式の導入

2つの曲線の交点を通る曲線群については、その手法が大変重要なものであることから必ず指導されますが、この式が大変奇抜なものであることから、その導入については苦勞されていることと思います。そこで、生徒にとって違和感なく、この式を導入するにはどうしたらよいか、一つの方法を提示したいと思えます。それは、例題を解決する過程のなかで、生徒にとってなじみにくい2つの曲線の交点を通る曲線群の式に出会うようにもくろんだものです。その例題と解答と、どのような形で出会うかを提示します。

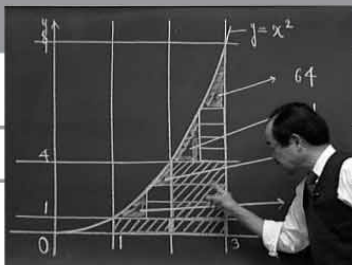
例題) 直角二等辺三角形ABCの斜辺BC上の任意の点PからAB, ACに垂線PQ, PRを下し、Pから直線QRに垂線PHを下すと直線PHは定点を通ることを証明せよ。

- 定点を予測する方法での解決
- f(x, y) + k · g(x, y) = 0 を利用した解決

K02-3

積分法

(102分)



■授業1 区分求積法 —面積を求める—

数学IIの積分法では不定積分からの指導となっており、応用について扱う題材は面積までとなっています。元来、積分は求積法として発展し理論が展開され、微分との関係に気づき、微分積分学の基本定理へと集大成したものと考えます。

積分の指導もこの流れに沿って考えるべきだと思います。ここでは、求積法の中心である区分求積法について、その基本的な考え方と面積の求め方について提示します。

例題) $y = x^2$ のグラフとx軸、 $x = 1$ 、 $x = 3$ とで囲まれた部分の面積を求めよ

- 面積の求め方を考える
面積の求める図形で取り尽くしていく(取り尽くし法)
- 式処理の仕方確認
- 求積法の一般化の確認

■授業2 区分求積法の有効性

区分求積法は、面積のみならず体積を求めるときにも、瞬間速度から位置の変化(変位)を求める場面でも有効であることを示し、面積だけでなく、体積、変位を求める問題が積分の議論の中に取り込めることの理解をもくろんだ指導を提示します。

例題1) 立体の体積を求める

(どこを細かく分けて、何をどうしたときの何の総和を求め、その極限として、体積Vを求めるか)

例題2) 直線上を運動する質点Pの時刻tでの速度が与えられているとき、ある時間帯での質点Pの変位を求める

K02-4

円錐曲線

(67分)



■授業1 円錐曲線の性質の予想

円錐曲線は大変魅力的な教材です。目的・目標の設定がしやすく、それに向けての議論も従来の数学にはない楽しみがあり、生徒の興味関心を引き出すように考えるからです。

ここでは、その展開の一部として、円錐曲線(楕円・放物線・双曲線)の兄弟・姉妹関係をしっかり捉え、それをふまえて一つの曲線の性質から他の曲線の性質を予想する場面を提示します。

- 円錐曲線の焦点がどこにあらわれてくるかの確認
- 点Aで母線と交わる平面πを連続的に変化させると、切り口にあらわれる曲線の焦点はどのように変化するかを捉える
- 円錐曲線の兄弟・姉妹関係の把握
- 楕円、放物線、双曲線のイメージ
- ある円錐曲線の性質から他の円錐曲線の性質の予想